Nom : Prénom :

En cas de coquilles, merci de le signaler à mathieu.rossat@univmed.fr

TEST DE STATIQUE 2006-2007

Aucuns documents autorisés
Chaque partie est indépendante
Durée 3h

Note

I	II	III	IV	B	P
/11	/9	/9	/9		/2

/40

1 – Etude de la stabilité de la grue (1 h)

On se propose dans cette première partie d'étudier la stabilité de la grue POTAIN® MD208A représentée figure 1a en chargement et à vide. En première approche et pour le temps imparti dans cette épreuve, on utilise la modélisation de la figure 1b dans laquelle on retrouve :

- La force F qui est la charge maxi en bout de flèche ($F_{maxi}=2.10^4$ N)
- La force Q qui est le lest de contre flèche
- Les forces G_1 et G_2 qui correspondent aux lests de base
- La force G_3 qui est lié à la masse de la tour, rapporté au point G_3 ($G_3 = 2.10^5$ N)
- La force linéique p qui est lié à la masse de la flèche et de la contre flèche ($p = 3{,}2.10^3$ N/m)

Figure 1a : Grue POTAIN® MD208A

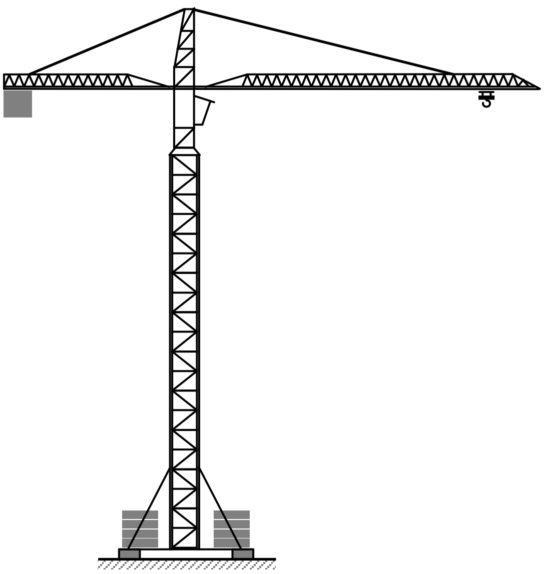
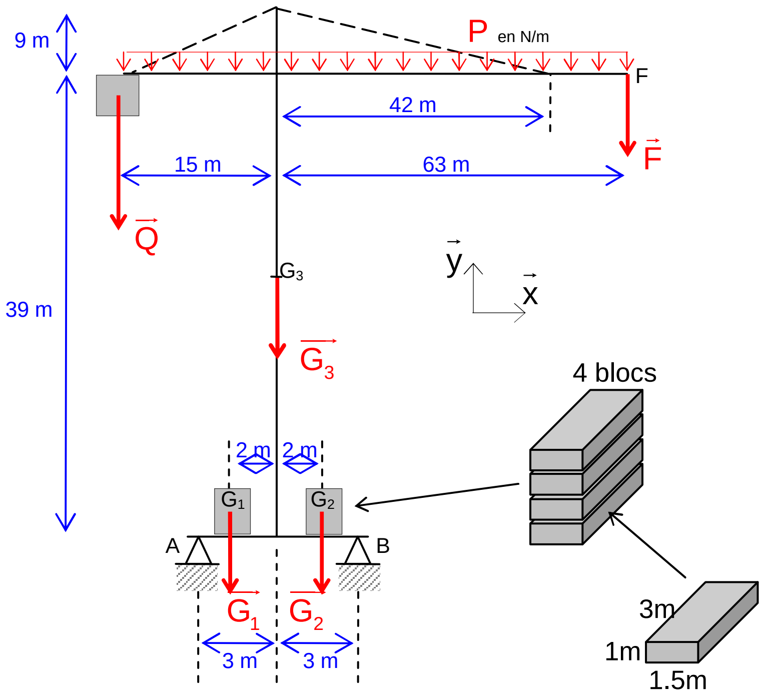


Figure 1b : Modélisation de la Grue



Nom : **Prénom :**

1.1. À partir des dimensions de la figure 1b, calculer le poids des 4 blocs de béton sachant que la masse volumique du béton est de 2222 kg/m^3. (g=10m.s^{-2})

<u>Pour 1 bloc :</u> 1 x 1,5 x 3 x 2222 x 10 = 99 990 N

<u>Pour 4 bloc :</u> 4 x 99 990 N = 399 960 N

Pour la suite on prendra $G_1 = G_2 = 4.10^5$ N

1.2. Pour la suite on prendra G_1=G_2=4.10^5N. En supposant que les liaisons en A et B soient ponctuelles parfaites et dans le cas de la grue chargée à son maximum (F=2.10^4 N), calculer la valeur mini du lest de contre flèche Q.

<u>On fait la somme des moments au point B :</u>

BG1	Λ G1	+ BG2	Λ G2	+ BG3	Λ G3	+ BQ	Λ Q	+ BF	Λ F	+ BK	Λ p	= 0
-5	0	-1	0	-3	0	-18	0	60	0	21	0	0
?	-400000	?	-400000	?	-200000	?	YQ	0	-20000	?	-249600	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

On obtient la <u>valeur :</u> Y_Q = -191 200 N

<u>Le poids mini du lest vaut</u> : M_Q = 19 120 kg (avec g=10m.s^{-2})

1.3. Pour une question de sécurité, on augmente la valeur de Q de 30%. La grue est elle stable à vide ?

Avec le coefficient de sécurité, <u>la nouvelle valeur de Y_Q</u> est -248 560 N

La grue sera stable à vide si l'intensité de la résultante en B est positive. Sinon il y a basculement.

<u>On fait, par exemple, la somme des moments en A :</u>

AB	Λ B	+ AG1	Λ G1	+ AG2	Λ G2	+ AG3	Λ G3	+ AQ	Λ Q	+ AK	Λ p	= 0
6	0	1	0	5	0	3	0	-12	0	27	0	0
?	YB	?	-400000	?	-400000	?	-200000	?	-248560	?	-249600	0
0		0		0	0	0	0	0	0	0	0	0

On obtient la valeur de la <u>réaction en B :</u> Y_B = 1 126 080 N

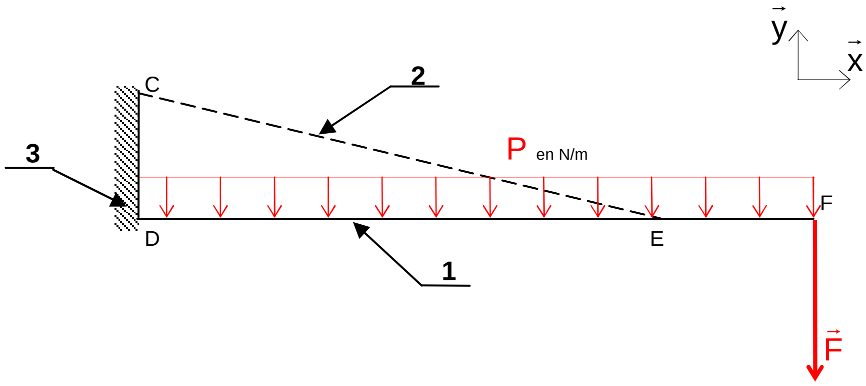
La valeur de la résultante en B est largement positive, la grue est stable à vide !

<u>**2 – Efforts dans les élingues**</u> (30 min)

En vue du dimensionnement des élingues, on cherche à connaître la tension dans celle de la flèche et les composantes de l'action en D.

<u>Figure 2</u> : Modélisation de la Flèche

Les liaisons C, D et E sont des pivots parfaits



2.1. En prenant la modélisation proposée par la figure 2, calculer la tension dans le câble (2) de la flèche et les composantes de l'action en D.

Dans un premier temps, il faut <u>calculer l'orientation des efforts dans les élingues</u>. C'est l'angle (ED ;EC) :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{DC}{DE}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{9}{42}\right) = 12{,}09°$$

<u>On fait, par exemple, la somme des moments en D :</u>

$$\overset{DE}{\left|\begin{matrix}42\\0\\0\end{matrix}\right.} \wedge \overset{E2/1}{\left|\begin{matrix}-E2/1.\cos\alpha\\E2/1.\sin\alpha\\0\end{matrix}\right.} + \overset{DF}{\left|\begin{matrix}63\\0\\0\end{matrix}\right.} \wedge \overset{F}{\left|\begin{matrix}0\\-20000\\0\end{matrix}\right.} + \overset{DK}{\left|\begin{matrix}31.5\\0\\0\end{matrix}\right.} \wedge \overset{p}{\left|\begin{matrix}0\\-201600\\0\end{matrix}\right.} = \left|\begin{matrix}0\\0\\0\end{matrix}\right.$$

On obtient la valeur de la <u>tension dans le câble (2) :</u> $E_{2/1}$ = 1 126 080 N

<u>On fait la somme des efforts :</u>

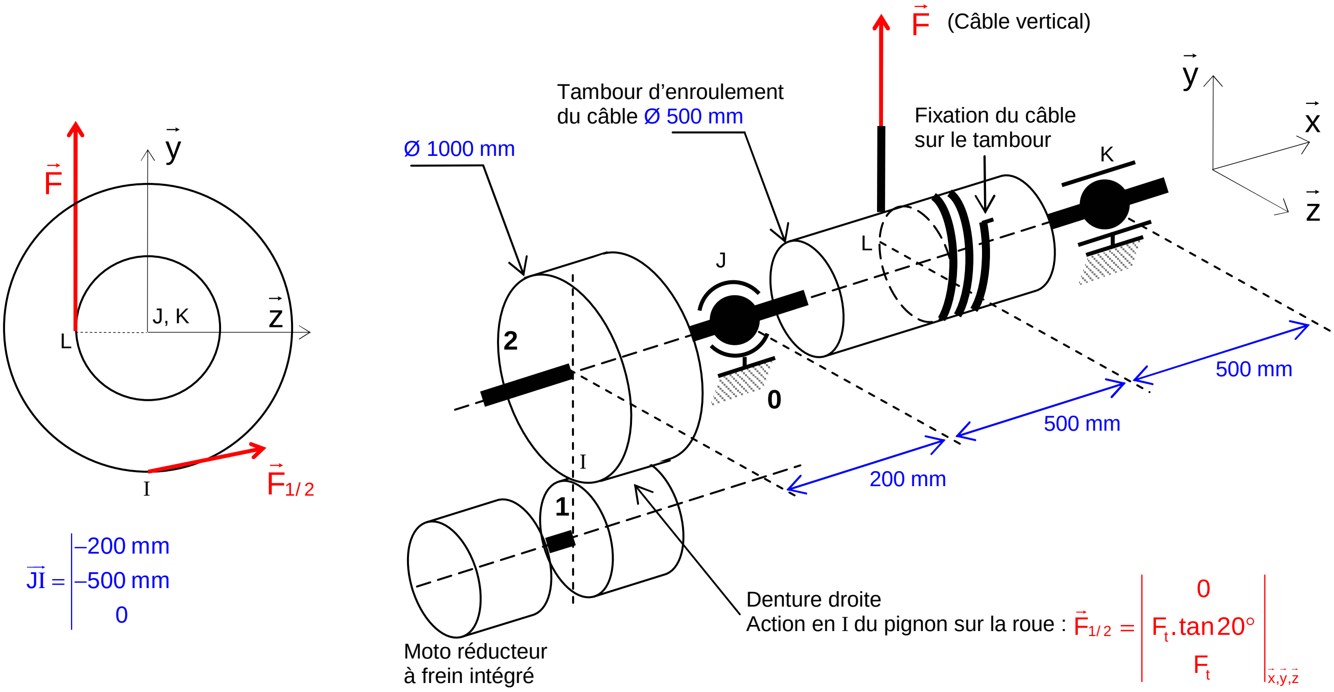
$$\overset{E2/1}{\left|\begin{matrix}-E2/1.\cos\alpha\\E2/1.\sin\alpha\\0\end{matrix}\right.} + \overset{D3/1}{\left|\begin{matrix}XD3/1\\YD3/1\\0\end{matrix}\right.} + \overset{F}{\left|\begin{matrix}0\\-20000\\0\end{matrix}\right.} + \overset{p}{\left|\begin{matrix}0\\-201600\\0\end{matrix}\right.} = \left|\begin{matrix}0\\0\\0\end{matrix}\right.$$

On obtient les <u>composantes de l'action en D :</u> $XD_{3/1}$ = 845 943 N et $YD_{3/1}$ = 40 400 N

3 – Treuil de levage (30 min)

On se propose maintenant de dimensionner les roulements du treuil de levage (figure 3) ainsi que de calculer l'effort de fixation du câble sur le tambour d'enroulement.

Figure 3 : Modélisation du treuil de levage



3.1. Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures à {2} et réduire les moments au point J.

Bilan des actions mécaniques extérieures à {2}:

T1/2	0 Ft.tan20 Ft	0 0 0	I	=	0 3640 10000	-5000000 2000000 -728000	J	JI	-200 -500 0
TJ0/2	XJ0/2 YJ0/2 ZJ0/2	0 0 0	J	=	XJ0/2 YJ0/2 ZJ0/2	0 0 0	J		
TK0/2	0 YK0/2 ZK0/2	0 0 0	K	=	0 YK0/2 ZK0/2	 -1000.ZK0/2 1000.YK0/2	J	JK	1000 0 0
TF	0 F 0	0 0 0	L	=	0 F 0	250.F 0 500.F	J	JL	500 0 -250

3.2. En supposant que la valeur maxi de tension dans le câble est $F=2.10^4$ N. Exprimer puis calculer les composantes de l'action en I du pignon sur la roue au cours de la montée de la charge à vitesse constante (frein ouvert) et les actions sur les roulements en J et en K.

<u>Principe fondamental de la statique :</u>

Après résolution, on obtient les valeurs des actions sur les roulements en J et en K

XJ0/2	=	0	N
YJ0/2	=	-14368	N
ZJ0/2	=	-12000	N
YK0/2	=	-9272	N

3.3. Si le coefficient de frottement entre le câble et le tambour vaut f=0,2 et que le câble est entouré de 4 tours sur le tambour, quel est l'effort mini de fixation du câble sur le tambour.

<u>Rappel :</u> *Lorsque un lien souple s'enroule autour d'un tambour cylindrique le lien entre la tension dans le brin d'entrée **T** et celle de sortie **t** est donné par la relation :* $T = t.e^{f.\alpha}$. *(α en radian)*

En appliquant directement la relation : t = 131 N

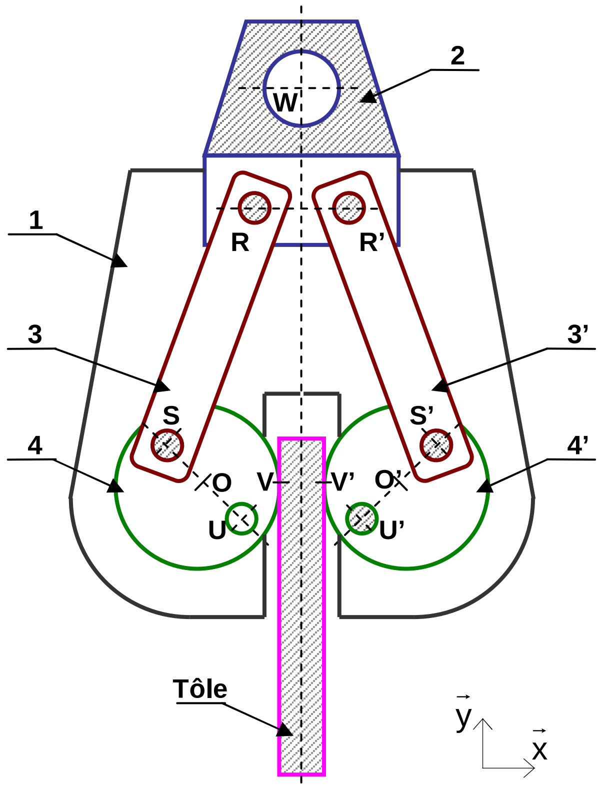
Nom : **Prénom :**

4 – Pince de levage (1 h)

Dans cette dernière partie, on s'intéresse à la pince de levage des tôles (figure 4), mécanisme dont dispose la grue. Le crochet de la grue fixé sur l'étrier 2 actionne les deux biellettes 3 et 3', ce qui a pour effet la rotation des molettes 4 et 4' par rapport à la pièce 1 autour, respectivement, des axes U et U'. Les molettes 4 et 4' pince ainsi la tôle. Les contacts aux points V et V' sont nécessairement avec frottement. Les liaisons en R, R', S, S', U et U' sont des pivots parfaits. On notera P_T le poids de la tôle ($P_T=10^4$N). Toutes les pièces sauf la tôle sont de masse négligeable.

Remarque : La pièce 1 n'a aucun contact avec les pièces 2, 3, 3' et la tôle.

Figure 4 : Modélisation de la pince de levage



On donne :

$\overrightarrow{OV} = 30.\vec{x}$

$\overrightarrow{OS} = -\overrightarrow{OU} = -12.\vec{x} + 15.\vec{y}$

$\overrightarrow{OR} = 10.\vec{x} + 102.\vec{y}$

On cherche à caractériser le matériau des molettes 4 et 4', c'est-à-dire déterminer le coefficient de frottement minimum nécessaire pour soulever la tôle.

4.1. Après avoir isolé rapidement l'ensemble de la structure, isoler {3} et déterminer l'orientation des forces dans les biellettes 3 et 3'. Pour cela exprimer la valeur de l'angle (noté θ) entre les forces dans les biellettes et la verticale.

Le principe fondamental de la statique appliqué à l'ensemble donne :

$$T_{crochet/2} \left| \begin{matrix} 0 & 0 \\ 10000 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right|_W$$

Les biellettes 3 et 3' ne sont soumises qu'à 2 efforts. Les forces ont une intensité et une orientation identique mais un sens contraire. Calcul de l'orientation des biellettes 3 et 3' :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{|X_{OS} - X_{OR}|}{|Y_{OS} - Y_{OR}|}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{22}{87}\right) = 14{,}19°$$

4.2. Isoler {2} et déterminer les efforts dans les biellettes 3 et 3'. *Conseil : Utiliser la symétrie de la pince*.

A partir du principe fondamental de la statique appliqué à {2} et de la symétrie de la pince on obtient directement :

$$R_{3/2} \begin{vmatrix} -PT/2.\tan\theta \\ -PT/2 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1264 \\ -5000 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad R_{3'/2} \begin{vmatrix} PT/2.\tan\theta \\ -PT/2 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1264 \\ -5000 \\ 0 \end{vmatrix}$$

4.3. Isoler {1} et déterminer l'orientation des efforts en U et U'.

La pièce 1 n'est soumise qu'à 2 efforts en U et U'. Les forces ont une intensité et une orientation identique mais un sens contraire. La droite support des efforts est donc la droite (UU')

4.4. Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures à {4} et réduire les moments au point V.

Bilan des actions mécaniques extérieures à {4}:

$$T_{3/4} \begin{vmatrix} 1264 & 0 \\ 5000 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_S = \begin{vmatrix} 1264 & 0 \\ 5000 & 0 \\ 0 & -228960 \end{vmatrix}_V \qquad VS \begin{vmatrix} -42 \\ 15 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$T_{1/4} \begin{vmatrix} X_{1/4} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_U = \begin{vmatrix} X_{1/4} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -15.X_{1/4} \end{vmatrix}_V \qquad VU \begin{vmatrix} -18 \\ -15 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$T_{T/4} \begin{vmatrix} X_{T/4} & 0 \\ Y_{T/4} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_V = \begin{vmatrix} X_{T/4} & 0 \\ Y_{T/4} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_V$$

Principe fondamental de la statique :

Après résolution, on obtient les valeurs des actions de la Tôle et de la pièce 1 sur la pièce 4

$X_{1/4}$ = -15264 N

$X_{T/4}$ = 14000 N
$Y_{T/4}$ = -5000 N

4.5. Déterminer l'orientation de la force en V. En déduire la valeur du coefficient de frottement minimum pour que la pince puisse fonctionner.

A partir de l'effort normal et de l'effort tangentiel à la surface de contact entre la Tôle et la pièce 4, on calcule directement la valeur du coefficient de frottement minimum pour que la pince puisse fonctionner :

$$f = \left| \frac{Y_{T/4}}{X_{T/4}} \right| = 0{,}36$$