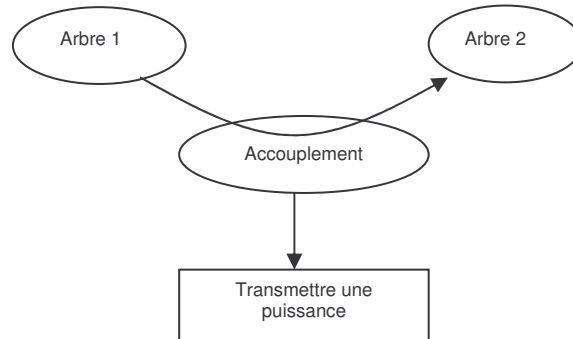


Les Accouplements Mécaniques

1. Présentation

1.1. But des accouplements

La fonction principale d'un accouplement mécanique est de relier deux arbres entre eux pour transmettre une puissance. Il peut par ailleurs remplir d'autres fonctions, comme corriger un mauvais positionnement axial, ou réaliser un amortisseur entre 2 arbres.



1.2. Critères de choix

- L'angle de brisure (constant ou variable) ou désalignement angulaire
- Le désalignement axial
- Le désalignement radial
- Le couple transmis
- La vitesse
- Transmission homocinétique

1.3. Définition

Une transmission est dite homocinétique si et seulement si les valeurs des vitesses angulaires instantanées ω_1 et ω_2 sont égales quelque soient les valeurs de l'angle θ_1 (et θ_2) et de l'angle de brisure. Ce type d'accouplement est représenté par une liaison sphérique à doigt.

1.4. Remarques

- Si les erreurs d'homocinétisme sont faibles, la transmission sera dite pseudo homocinétique.

- Les problèmes d'homocinétisme peuvent engendrer des vibrations néfastes pour les différents éléments du système (ex : fatigue a prendre en compte sur les paliers...)

2. Les accouplements mécaniques (cf. TP)

2.1. Les différents joints (cf. TP)

2.2. Exemple d'utilisation :

2.2.1. Double joint cardan

- Regroupement compact de deux joints de cardans
- Caractéristiques : Homocinétique dans certaines configurations
- Utilisation : transmission agricole

2.2.2. Joint Rzeppa

- Caractéristiques : homocinétisme conservé pour un angle de brisure allant jusqu'à 50° (idéal pour les roues de direction)
- Exemples d'utilisation : - accouplement côté roue dans la transmission automobile

2.2.3. Joint tripode

- Caractéristiques : pseudo homocinétique, angle de brisure allant jusqu'à 25°
- Exemple d'utilisation : sortie de différentiel

2.2.4. Joint de Königs

- Caractéristiques : homocinétique, angle de brisure allant jusqu'à 135°
- Exemple d'utilisation : robotique

2.2.5. Joint d'Oldham

- Caractéristiques : ne transmet qu'un couple pur

3. Les joints de Cardan

Exemple : transmission entre un tracteur et un engin agricole (ex : faucheuse)

3.1. Cahier des charges de la transmission

- Transmission homocinétique pour ne pas avoir de vibrations néfastes
- Grands angles de brisure pour permettre le braquage en bout de champ (>90°)
- Solution envisagée : Double joint de cardan
- (Répond au cahier des charges et économique)

3.2. Caractéristiques du joint de cardan simple

3.2.1. Schéma cinématique :

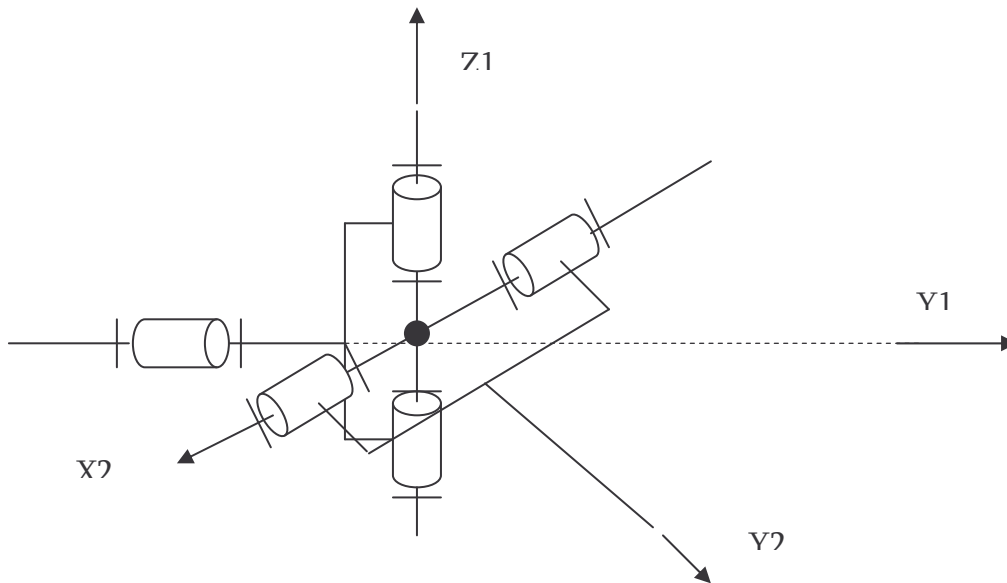


Figure 1- Détails d'un joint de cardan

3.2.2. Etude cinématique :

Posons :

$$(\vec{Z}_0; \vec{Z}_1) = \theta_1$$

$$(\vec{Z}_0; \vec{Z}_2) = \theta_2$$

α l'angle de brisure ($\alpha_{\max} = 40^\circ$)

La forme du croisillon C donne une propriété géométrique : $\vec{Z}_1 \cdot \vec{X}_2 = 0$

$$\vec{Z}_1 = \sin(\theta_1) \cdot \vec{X}_0 + \cos(\theta_1) \cdot \vec{Z}_0$$

$$\vec{X}_2 = \cos(\theta_2) \cdot \cos(\alpha) \cdot \vec{X}_0 - \cos(\theta_2) \cdot \sin(\alpha) \cdot \vec{Y}_0 - \sin(\theta_2) \cdot \vec{Z}_0$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\tan(\theta_2) = \cos(\alpha) \cdot \tan(\theta_1) \quad (1)$$

En dérivant par rapport au temps :

$$\frac{d}{dt} \tan(\theta_2) = \frac{d}{dt} [\cos(\alpha) \cdot \tan(\theta_1)]$$

$$(1 + \tan(\theta_2))^2 \cdot \frac{d}{dt} \theta_2 = \cos(\alpha) \cdot (1 + \tan(\theta_1))^2 \cdot \frac{d}{dt} \theta_1$$

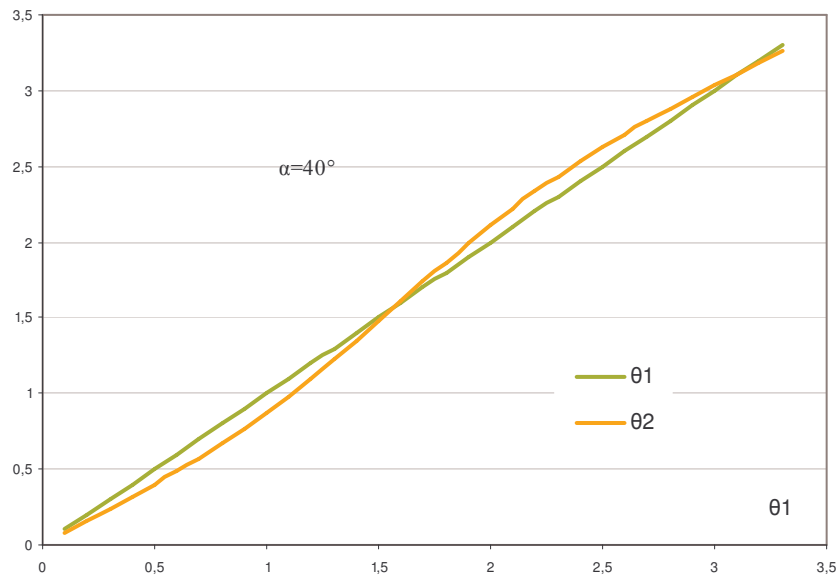
Soit :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin^2(\alpha) \cdot \sin^2(\theta_1)} \quad (2)$$

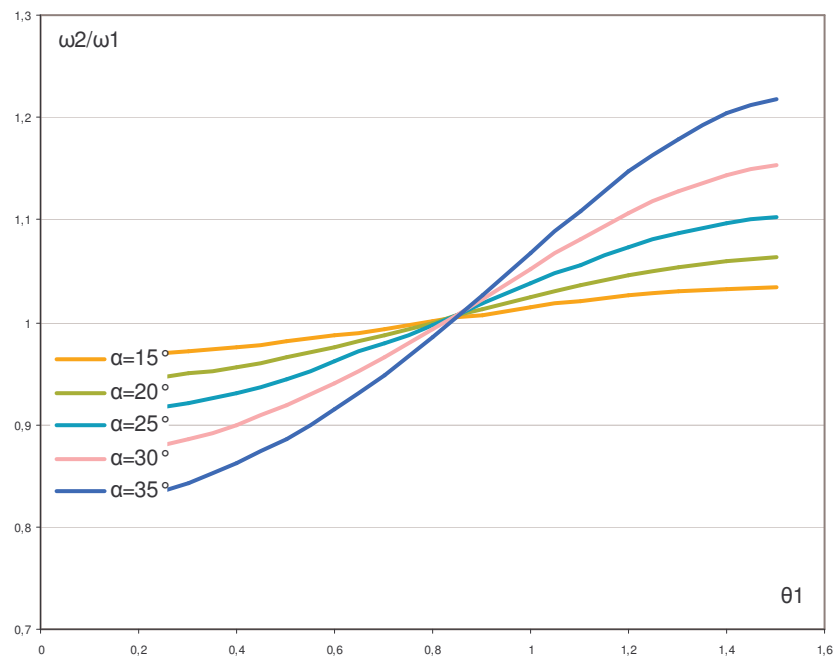
3.2.3. Etude graphique

ω_1 et ω_2 en fonction du temps

De la relation (1) on sort $\theta_2 = \tan^{-1}(\cos(\alpha) \cdot \tan(\theta_1))$ donc pour $\alpha \neq 0$ on a $\omega_1 \neq \omega_2$



On observe un décalage entre l'entrée θ_1 et la sortie θ_2 qui vient du cosinus présent dans l'arc tangente. Puisque les positions θ_1 et θ_2 ne sont pas confondues alors les vitesses ω_1 et ω_2 sont différentes au cours du temps. Les joints de cardan seuls ne sont pas homocinétiques !



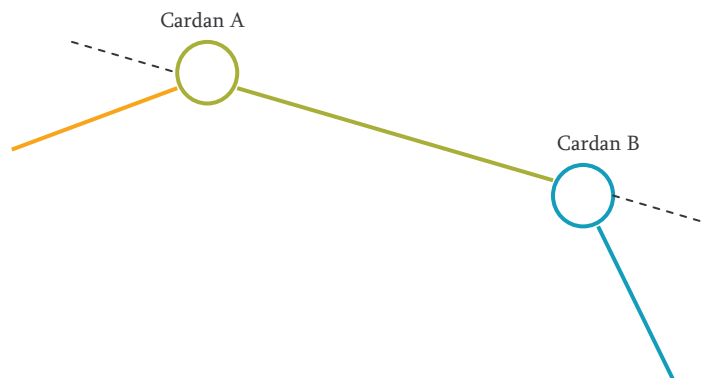
$\frac{\omega_2}{\omega_1}$ en fonction de θ_1 et α

De la relation (2) on peut observer la fluctuation de la vitesse ω_2
 Plus l'angle de brisure α est grand, plus le défaut d'homocinétisme va être important ! Si α est petit (arbres quasi parallèles), l'accouplement est pseudo homocinétique.

Les variations de vitesse au cours du temps engendrent un phénomène de vibration qui peut être néfaste à l'accouplement.

3.3. Double joint de cardan

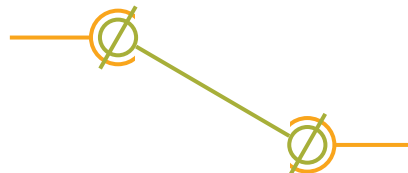
Soit θ_1 à l'entrée, θ_2 sur l'arbre intermédiaire et θ_3 en sortie.



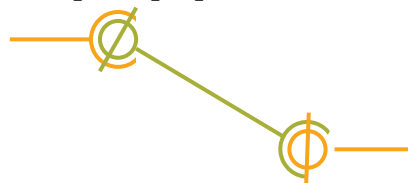
Une astuce pour éviter la variation de fréquence de rotation consiste à mettre deux joints de cardan A et B à la suite (montage en Z ou en W).

Attention deux cas sont possibles :

- Fourches C2 et C2' confondues dans un même plan de symétrie



- Fourches C2 et C2' dans 2 plans perpendiculaires



3.3.1. Premier cas : Fourches C2 et C2' confondues dans un même plan de symétrie

En prenant le cas où les angles de brisure sont identiques

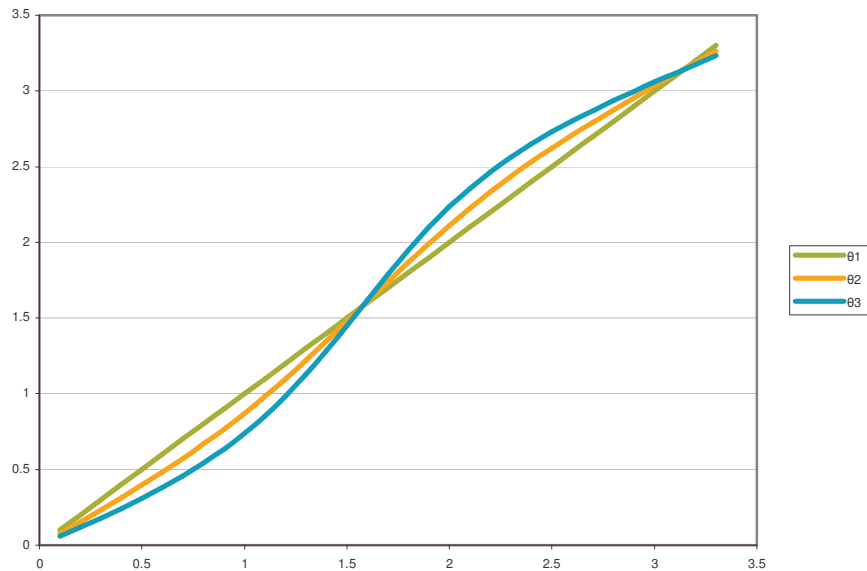
$$\tan(\theta_2) = \cos(\alpha) \cdot \tan(\theta_1)$$

$$\tan(\theta_3) = \frac{\tan(\theta_2)}{\cos(\alpha)}$$

Soit au final : $\theta_1 = \theta_3$

Le double joint de cardan est homocinétique dans le cas d'un montage en W ou en Z avec les fourches C2 et C2' confondues dans un même plan de symétrie.

3.3.2. Deuxième cas : Fourches C2 et C2' dans 2 plans perpendiculaires



Le problème n'est pas résolu, la variation de position angulaire est même plus importante.

Analytiquement on obtient :

$$\tan(\theta_3) = \cos^2(\alpha) \cdot \tan(\theta_1)$$

Cette variation de position, donc de vitesse de rotation entraîne des chocs et des vibrations qui à la longue détériorent l'accouplement. Dans cette configuration le double joint de cardan n'est pas homocinétique.

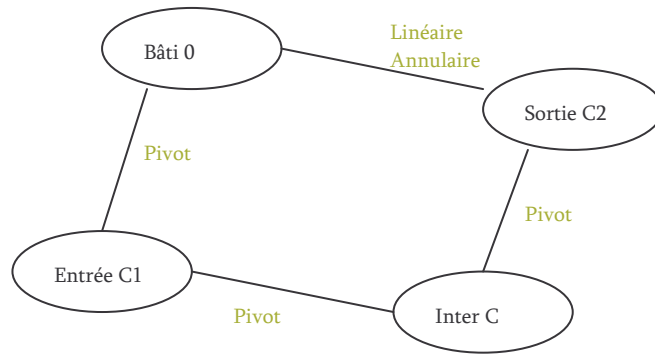
3.3.3. Remarques

- Pour les engins agricoles, l'angle imposé est trop important pour transmettre du couple : il faut donc un mécanisme pour « débrayer » en bout de champ.
- Les rendements obtenus avec de tels joints sont très bons pour des angles de brisure $< 40^\circ$ ($> 98\%$)
- Les joints ainsi couplés sont souvent montés avec une liaison glissière entre les deux pour obtenir des joints coulissants (ex : cannelures)

3.4. Calcul de l'hyperstatisme d'un joint de cardan simple

La modélisation cinématique n'est pas importante pour déterminer le degré d'hyperstatisme. Il suffit d'utiliser le graphe des liaisons !

3.4.1. Graphe des liaisons



3.4.2. Degré d'hyperstatisme

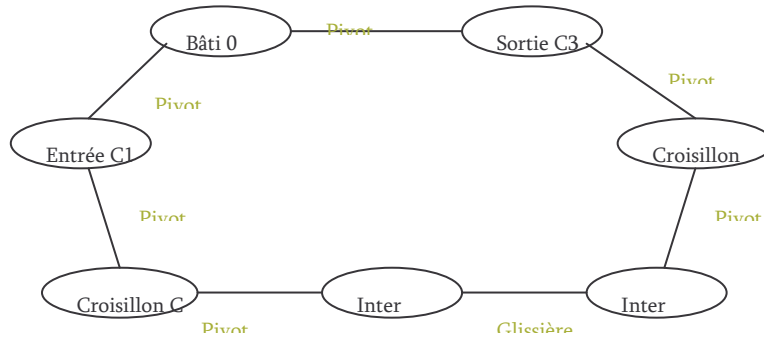
Formule générale : $H = I_s - E_s + m_i + m_u$

Dans notre cas :

$$\begin{cases} I_s = 3 \times 5 + 2 = 17 \\ E_s = 3 \times 6 = 18 \\ m_i = 0 \\ m_u = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad H = 17 - 18 + 1 = 0$$

3.5. Calcul d'hyperstatisme du double joint de cardan

3.5.1. Graphe des liaisons du double joint de cardan



3.5.2. Degré hyperstatisme

Dans notre cas :

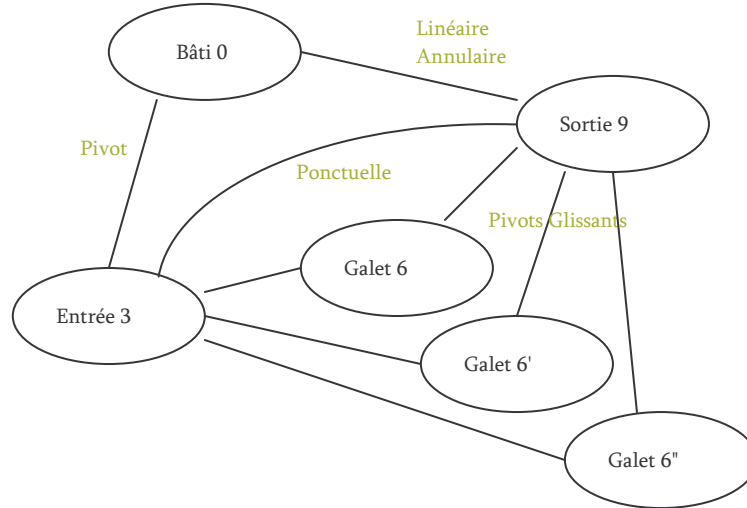
$$\begin{cases} I_s = 5 \times 7 = 35 \\ E_s = 6 \times 6 = 36 \\ m_i = 0 \\ m_u = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad H = 35 - 36 + 1 = 0$$

Ce montage est isostatique. L'isostatisme permet d'avoir l'assurance (ou presque) d'une modélisation et d'une simulation sur des logiciels type Motion Works

4. Joint tripode

4.1. Tripode simple

4.1.1. Graphe des liaisons



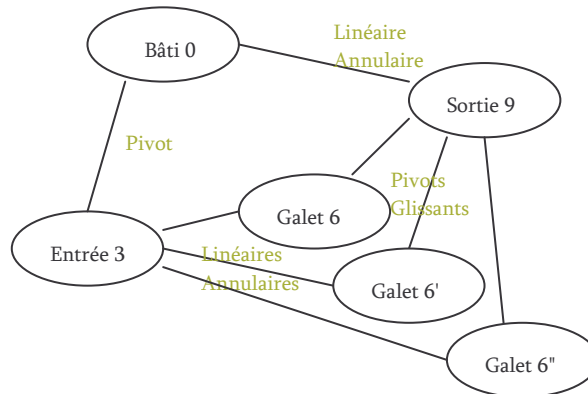
4.1.2. Degré d'hyperstatisme

On a ici 3 mobilités internes qui viennent de la rotation propre des galets.

$$\text{Dans notre cas : } \begin{cases} I_s = 2 \times 4 + 3 \times 4 + 5 + 1 = 26 \\ E_s = 5 \times 6 = 30 \\ m_i = 3 \\ m_u = 1 \end{cases} \quad \text{d'où } H = 26 - 30 + 3 + 1 = 0$$

4.2. Tripode coulissant

4.2.1. Graphe des liaisons



4.2.2. Degré d'hyperstatisme

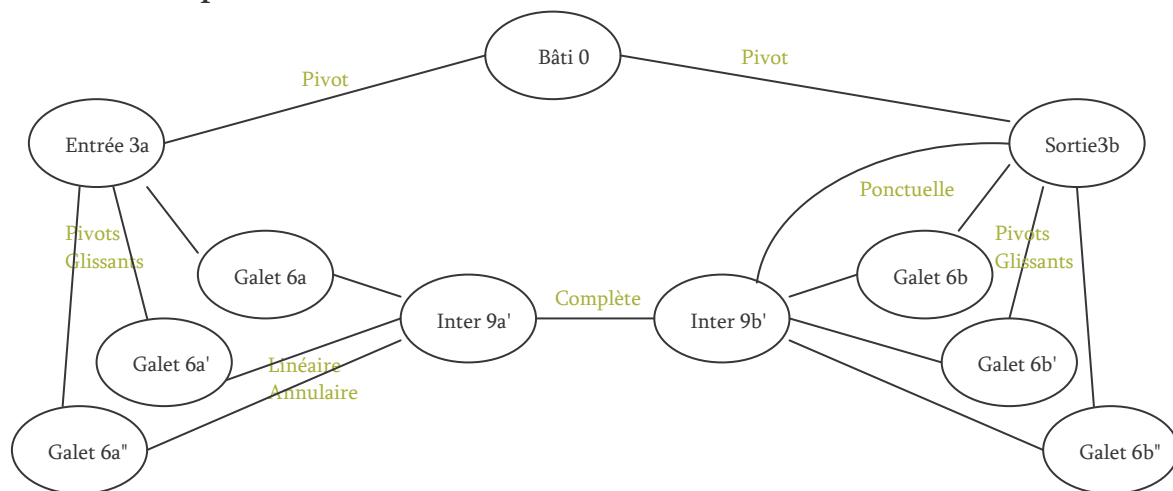
$$\begin{array}{l} \text{Dans notre cas :} \\ \left. \begin{array}{l} I_s = 2 \times 4 + 3 \times 4 + 5 = 25 \\ E_s = 5 \times 6 = 30 \\ m_i = 4 \\ m_u = 1 \end{array} \right\} \text{d'où } H = 25 - 30 + 4 + 1 = 0 \end{array}$$

La quatrième mobilité interne provient de la possibilité de translation dans la tulipe 6.

4.3. Assemblage tripode simple avec tripode coulissant

Si on associe un tripode simple avec un tripode coulissant on obtient le graphe des liaisons suivant :

4.3.1. Graphe de liaisons



4.3.2. Degré hyperstatisme

$$\begin{array}{l} \text{Dans notre cas :} \\ \left. \begin{array}{l} I_s = 2 \times 5 + 1 + 6 \times 4 + 6 \times 2 + 6 = 53 \\ E_s = 10 \times 6 = 60 \\ m_i = 6 \\ m_u = 1 \end{array} \right\} \text{d'où } H = 53 - 60 + 6 + 1 = 0 \end{array}$$

Ce modèle est isostatique.

4.3.3. Homocinétisme

Les joints tripodes ne sont pas homocinétiques (cf. manipulation). Cependant vu la faible fluctuation de la vitesse de sortie par rapport à la vitesse d'entrée on dira que les joints tripodes sont pseudo homocinétique (<1%)