TRAVAIL - PUISSANCE - ENERGIE

1. Travail (en Joules)

1.1. Définition :

Dans le repère Galiléen R, on appelle travail élémentaire dW de la force $\vec{F}$ dans le mouvement de M par rapport à R, le produit scalaire :

$$dW = \vec{F}.\overrightarrow{d\ell} \qquad (1)$$

où $\overrightarrow{d\ell}$ est le vecteur déplacement élémentaire $\overrightarrow{d\ell} = \vec{V}(M \in S/R).dt$ en notant $\vec{V}(M \in S/R)$ le vecteur vitesse du point M

Par intégration de (1) entre l'état 1 et 2 :

$$W = \int_1^2 dW.dl \qquad (2)$$

1.2. Remarque

- Si $\vec{F}$ est perpendiculaire à la vitesse et donc au déplacement alors dW = 0
- Le travail élémentaire d'une force $\vec{F}$ appliquée à un solide S en rotation par rapport à un axe fixe (O,z) est $dW = \overrightarrow{M_{oz}}(\vec{F}).\vec{\Omega}(S/R).dt$

1.3. Exemple : Travail d'un ressort entre A et B

$\vec{F}(\ell) = k.(\ell - \ell_0).\vec{u}$ donc par définition $dW = k.(\ell - \ell_0).\vec{u}.\overrightarrow{d\ell}$

$$W_{AB} = \frac{k}{2}(\ell - \ell_0)^2$$

2. Puissance (En Watt)

2.1. Définition

La puissance d'une force qui effectue pendant le temps dt le travail élémentaire dW est :

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\vec{V}(M \in S : R) \qquad (3)$$

2.2. Remarque 1

- Si le système matériel considéré reçoit de la puissance alors p>0
- Si le système matériel considéré fournit de la puissance alors p<0

2.3. Remarque 2

La puissance développée par une force agissant sur un solide en rotation par rapport à un axe fixe (o,z) :

$$P = \overrightarrow{M_o}(\vec{F}).\vec{\Omega}(S/R) \qquad (4)$$

3. Energie (en Joules)

On appelle ENERGIE au sens le plus large, toute grandeur physique susceptible d'être transformée en travail mécanique.

- Energie mécanique (potentielle de pesanteur, d'élasticité, de pression; cinétique)
- Energie calorifique
- Energie chimique
- Energie électrique
- Energie nucléaire…

3.1. Rendement Global d'une machine

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbée}} \qquad (5)$$

P_{utile} : Puissance fournie par la machine à l'extérieure.

$P_{absorbée}$: Puissance fournie à la machine par la source d'énergie

$P_{dissipée}$: Puissance dissipé par les pertes → $P_{dissipée} = P_{absorbée} - P_{utile}$

3.2. Energie potentielle de pesanteur

$W(poids)_{1,2} = E_{pes1} - E_{pes2}$ avec $E_{pes} = m.g.z + cte$

3.3. Energie potentielle d'élasticité d'un ressort

$W(ressort)_{1,2} = E_{elast1} - E_{elast2} = \int_{\ell 1}^{\ell 2} k.(\ell_0 - x).dx$ par identification $E_{élast} = \frac{k}{2}.(\ell_0 - \ell)^2$

3.4. Energie potentielle de pression

$$W(gaz)_{1,2} = E_{press1} - E_{press2} = \int_{v1}^{v2} p.dv$$

On ne peut continuer que si on connaît la loi de variation de p en fonction de v

3.5. Energie cinétique

$$E_{cin} = \frac{1}{2}.m.\vec{V}(G \in S/R)^2 + \frac{1}{2}.\omega(S/R).I(S,G).\omega(S/R)$$

L'énergie cinétique est exprimée dans un repère Galiléen R et est dépendant de ce repère

4. Théorème de l'énergie cinétique

Soit le torseur des actions extérieures sur S $\Im(\bar{S} \to S) = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(\bar{S} \to S) \\ \overrightarrow{M_A}(\bar{S} \to S) \end{array} \right\}_A$

Dans un repère Galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide S entre les instants t1 et t2 est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les actions mécanique extérieurs appliquées à ce solide entre deux instants considérés.

$$W\left[\Im(\bar{S} \to S)\right]_{1,2} = E_{cin2} - E_{cin1} \tag{6}$$

4.1. Conservation de l'énergie mécanique

Pour un système matériel isolé, l'énergie mécanique totale est constante

$$E_m = E_{cin} + E_{pes} + E_{elast} + E_{press} = cte \tag{7}$$

4.2. Théorème de d'Alembert

$$dE_m = dW$$

$$d(E_{cin} + E_{pes} + E_{elast} + E_{press}) = d(W_{press} + W_{dissipé} + \ldots) \tag{8}$$