



La grue proposée (capacité 50 tonnes) se compose d'une tourelle (0) pivotant sur le bâti (7) mobile en translation sur des rails.

Le mécanisme de la grue se compose d'une flèche (1) articulée en E sur la tourelle et en B sur la fléchette (2). La biellette (3) articulée en D et A sur (0) et (2) assure le maintien. La manœuvre de la flèche est assurée par un vérin hydraulique, composé d'une tige (6) et d'un corps (5).

Un contrepoids (10) assure l'équilibrage de l'ensemble en compensant le poids de la flèche. La charge (8) de centre de gravité G peut monter ou descendre grâce au câble (4) manœuvré en F par un treuil situé dans la tourelle. Le câble coulisse librement grâce aux poulies placées en B et C.

Les liaisons en A, B, C, D, E et F sont des liaisons pivots de centre de même nom.

## I. Cinématique Graphique

1 / Quel est le mouvement de 1/0 ?

.....

2 / Quel est le mouvement de 3/0 ?

.....

3 / Déterminer les trajectoires suivantes :

- $T_{A \in 3/0}$  = .....
- $T_{B \in 2/0}$  = .....
- $T_{H \in 5/0}$  = .....
- $T_{H \in 1/0}$  = .....

4 / Que peut-on dire de  $\vec{V}_{H \in 6/1}$  ? Justifier par la composition des mouvements.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

Le mouvement étudié rapproche la fléchette (2) de la tourelle (0). Pour cela, la tige (6) du vérin rentre dans le corps (5) à la vitesse de 40 cm/s.

5 / Tracer sur le schéma ci-dessous le support (direction) des vitesses suivantes :

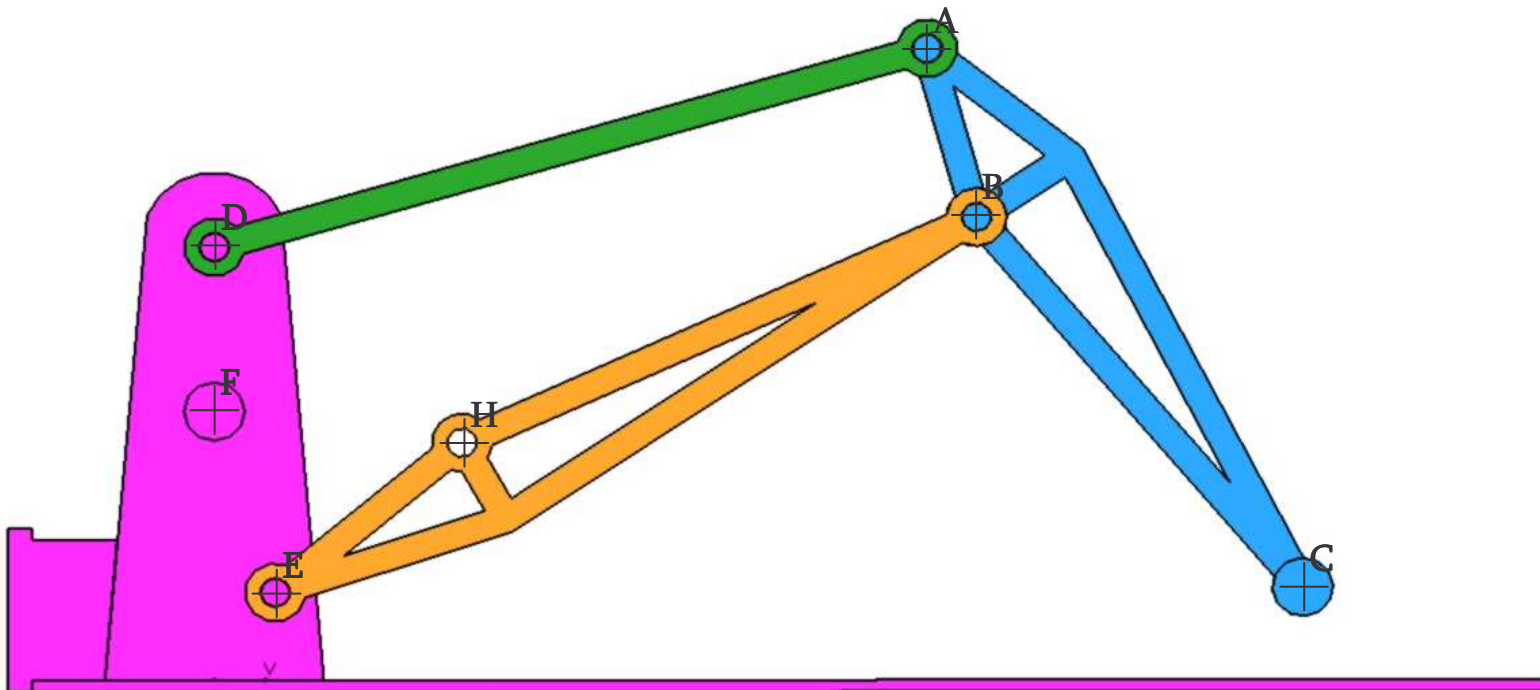
- $\vec{V}_{H \in 5/6}$ , noté  $S_{H \in 5/6}$ ,
- $\vec{V}_{H \in 1/0}$ , noté  $S_{H \in 1/0}$ ,
- $\vec{V}_{H \in 5/0}$ , noté  $S_{H \in 5/0}$ ,
- $\vec{V}_{B \in 1/0}$ , noté  $S_{B \in 1/0}$
- $\vec{V}_{A \in 3/0}$ , noté  $S_{A \in 3/0}$ .

6 / Tracer la vitesse  $\vec{V}_{H \in 6/5}$ . (Echelle 1cm : 20cm/s).



Afin de faciliter la lecture du schéma, représenter :

- au crayon gris les traits de construction
- en bleu les directions des vecteurs vitesses
- en rouge les vecteurs vitesses



$$\|\vec{V}_{H \in 5/0}\| =$$

$$\|\vec{V}_{H \in 1/0}\| =$$

$$\|\vec{V}_{B \in 1/0}\| =$$

$$\|\vec{V}_{A \in 2/0}\| =$$

$$\|\vec{V}_{C \in 2/0}\| =$$

**7 /** La relation de composition des vitesses permet d'écrire :  $\vec{V}_{H \in 5/0} = \vec{V}_{H \in 5/6} + \vec{V}_{H \in 6/0}$ . Déterminer graphiquement  $\vec{V}_{H \in 1/0}$  et  $\vec{V}_{H \in 5/0}$ . Pour cela montrer d'abord que  $\vec{V}_{H \in 1/0} = \vec{V}_{H \in 6/0}$ .

**8 /** Déterminer graphiquement  $\vec{V}_{B \in 1/0}$ .

**9 /** Déterminer  $\omega_{1/0}$  vitesse instantanée de rotation de la flèche (1) par rapport à la tourelle (0), sachant que  $\|EH\| = 3\text{m}$ .

**10 /** Montrer que  $\vec{V}_{A \in 2/0} = \vec{V}_{A \in 3/0}$  et  $\vec{V}_{B \in 2/0} = \vec{V}_{B \in 1/0}$

**11 /** A partir du support des vitesses  $\vec{V}_{A \in 2/0}$ , noté  $S_{A \in 2/0}$  et  $\vec{V}_{B \in 2/0}$ , noté  $S_{B \in 2/0}$  déterminer le centre instantané de rotation (C.I.R.), noté  $I_{2/0}$  de la fléchette (2) par rapport à (0).

**12 /** Déterminer graphiquement  $\vec{V}_{A \in 2/0}$  et  $\vec{V}_{C \in 2/0}$ .

## II. Statique Graphique

On cherche l'effort fourni par le vérin en vue de le dimensionner. La grue portuaire est en équilibre. Les poids des éléments 1, 2 et 3 sont négligeables devant ceux du {chargement en C}  $\vec{F}_{p/2}$  qui s'applique au point C et a comme intensité 500 000N (Capacité maxi de la grue en prenant  $g=10\text{m/s}^2$ ).

**13 /** Isoler {3} et faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures. En déduire la direction de  $\vec{F}_{3/2}$ .

.....

.....

.....

.....

**14 /** Isoler {2} et faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures. Déterminer graphiquement les caractéristiques (direction, sens et intensité) des efforts  $\vec{F}_{3/2}$  et  $\vec{F}_{1/2}$ . (Echelle 1cm : 200 000N)

.....

.....

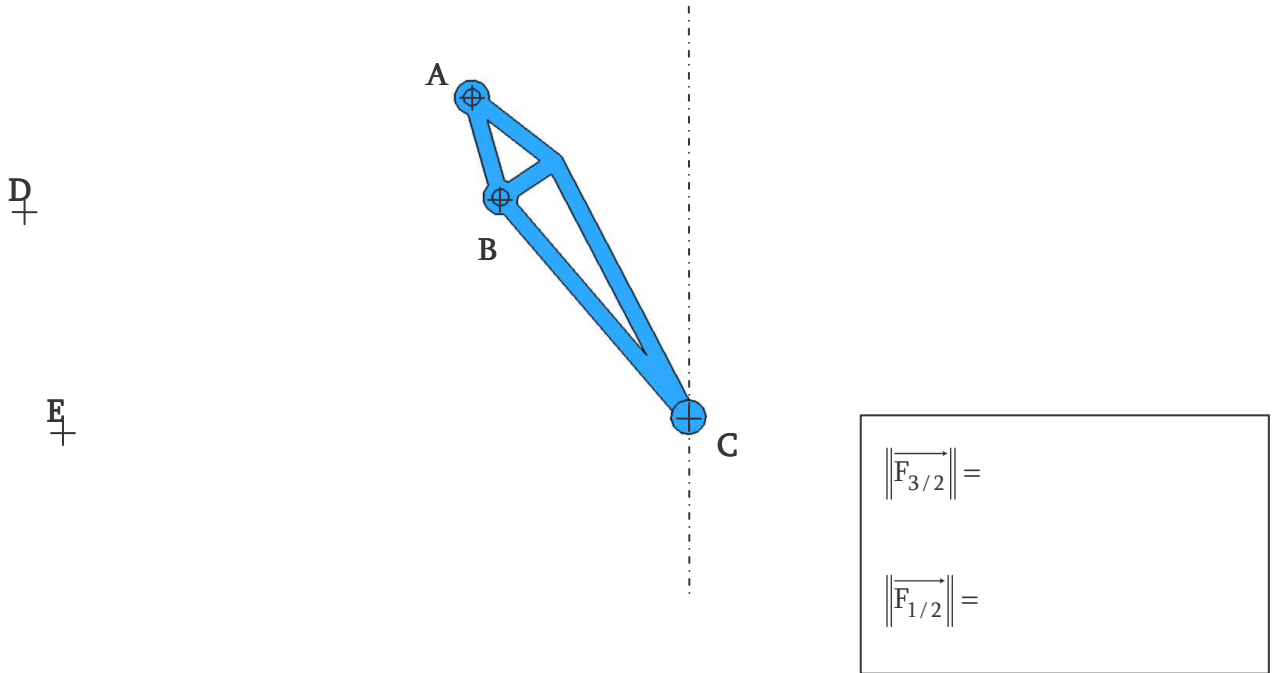
.....

.....



Afin de faciliter la lecture du schéma, représenter :

- au crayon gris les traits de construction
- en bleu les directions des forces
- en rouge les vecteurs forces



**15 /** Isoler {5+6} et faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures. En déduire la direction de  $\vec{F}_{5+6/1}$ .

.....

.....

.....

.....

**16 /** Isoler {1} et faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures. Déterminer graphiquement les caractéristiques (direction, sens et intensité) des efforts  $\vec{F}_{5+6/1}$  et  $\vec{F}_{0/1}$ . (Echelle 1cm : 200 000N)

.....

.....

.....

.....

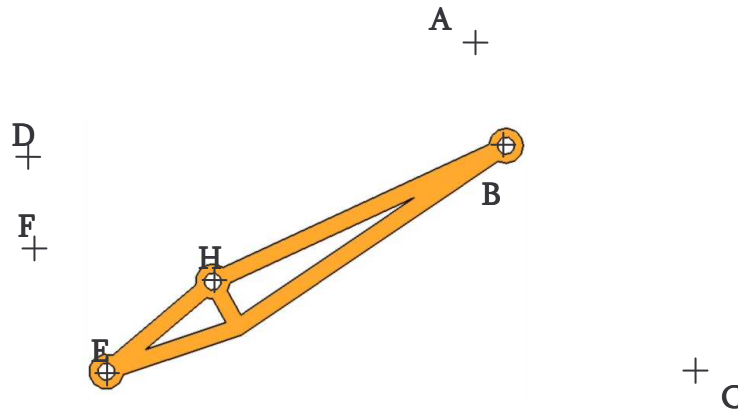
$$\|\vec{F}_{5+6/1}\| =$$

$$\|\vec{F}_{0/1}\| =$$



Afin de faciliter la lecture du schéma, représenter :

- au crayon gris les traits de construction
- en bleu les directions des forces
- en rouge les vecteurs forces



17 / Quel effort doit fournir le vérin pour soulever la charge maxi.

.....

.....

18 / A partir des valeurs de la première partie , déterminer la puissance que doit fournir le vérin.

.....

.....

### III. Statique Analytique

On souhaite maintenant déterminer la réaction normale (liaison parfaite) au point I et J. La grue est animée d'un mouvement de translation uniforme.

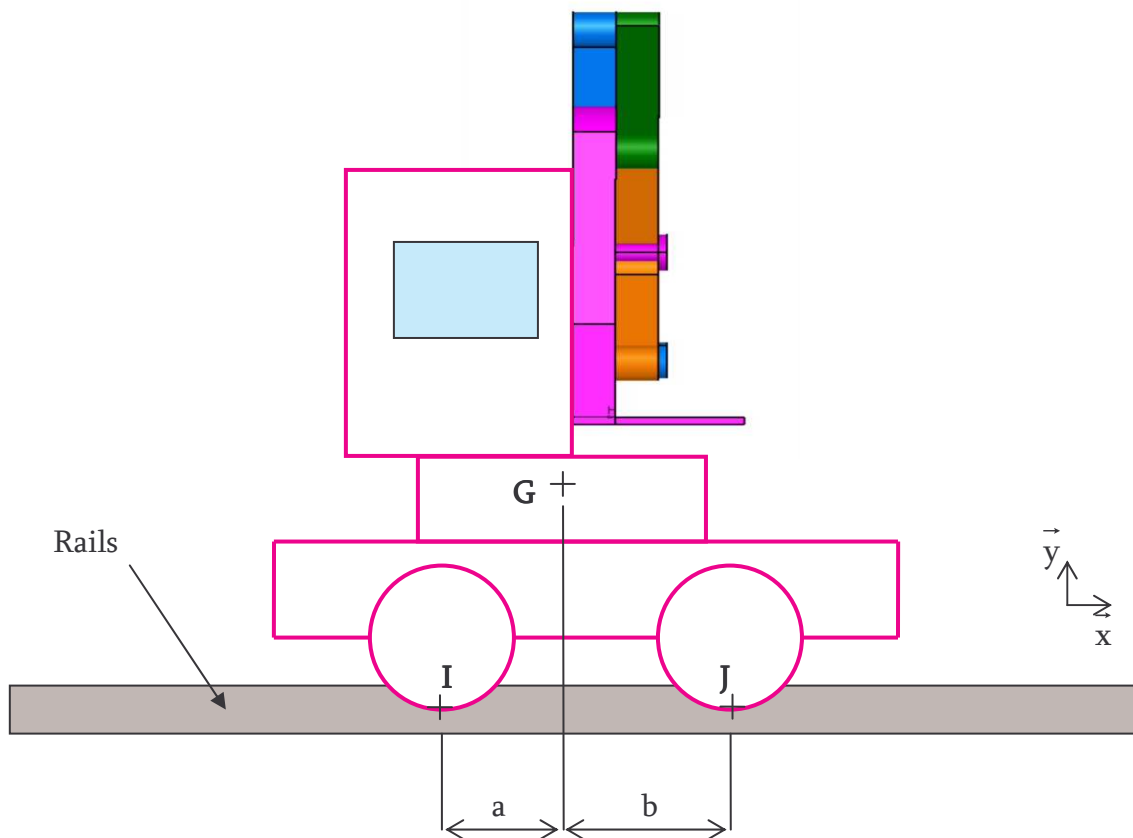
19 / Que cela implique t il ?

.....

.....

#### 1<sup>ère</sup> Partie : Route horizontale

On considère le problème plan comme défini sur la figure ci-dessous. Le poids total de la grue avec une charge en bout est modélisable dans le problème plan considéré par un effort au point G, on le note  $\vec{F}_G$



20 / Isoler la grue et faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures. On suppose que le contact entre les roues et les rails est parfait (réaction normale).

.....

.....

.....

21 / Calculer les réactions aux points I et J :  $\overrightarrow{F_{I,\text{sol}/\text{grue}}}$ , noté  $\overrightarrow{F_I}$ , et  $\overrightarrow{F_{J,\text{sol}/\text{grue}}}$ , noté  $\overrightarrow{F_J}$ , d'une manière littérale. (**Conseil « obligatoire »** : Faire la somme des moments au point I)

$$\sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} \cdot \vec{y} = 0 \dots\dots\dots$$

$$\sum \overrightarrow{M_{\text{ext},I}} \cdot \vec{z} = 0 \dots\dots\dots$$

Application numérique :  $\|\overrightarrow{F_G}\| = 250\,000\text{N}$  ;  $a = 2,5\text{m}$  ;  $b = 3\text{m}$

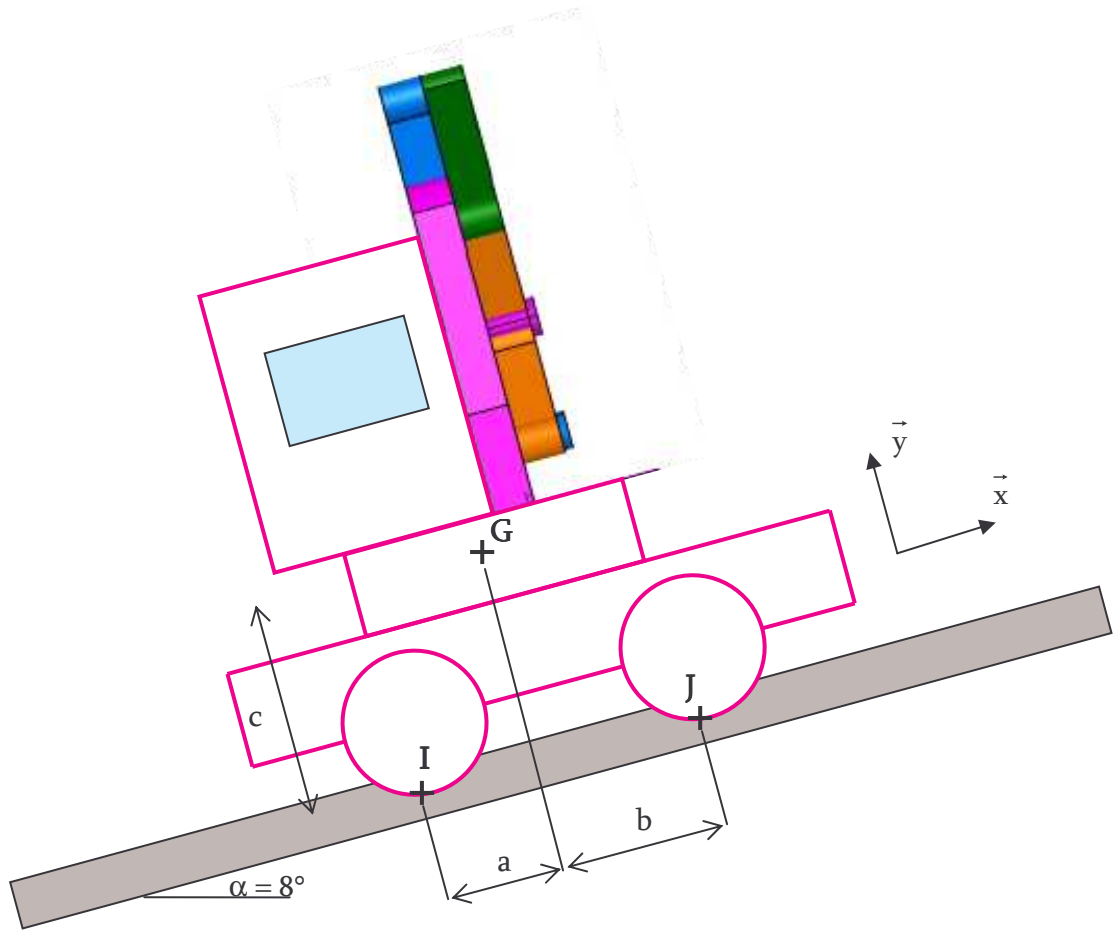
## 2<sup>nd</sup> Partie : Route inclinée

La grue monte maintenant une légère pente dont l'inclinaison est de  $\alpha = 8^\circ$ . Elle est toujours animée d'un mouvement de translation uniforme.

### Hypothèses :

- Au niveau de la roue avant en J, le contact roue / sol est parfait (réaction normale).
- À l'arrière en I, le contact roue / sol est réel. On utilisera le modèle de Coulomb pour décrire le frottement au contact sur la roue arrière.

L'objectif de cette partie est de connaître le coefficient de frottement limite de la roue arrière sur les rails noté  $f = \tan(\varphi)$ .



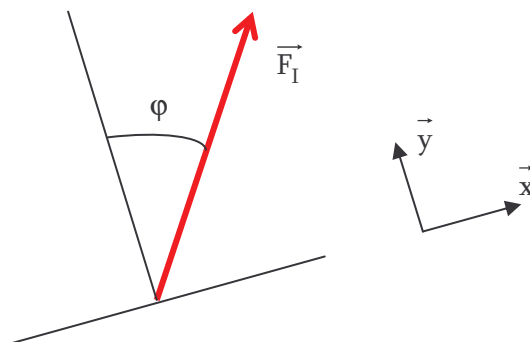
**22 /** Isoler à nouveau la grue et faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures.

.....

.....

.....

**Remarque :** Au niveau de la roue arrière, le modèle de Coulomb donne le paramétrage du contact en I de la manière suivante :



**23 /** Ecrire la projection de la résultante du PFS suivant les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  ainsi que la projection du moment au point I du PFS par rapport à l'axe  $\vec{z}$ .

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \vec{x} = 0 \dots\dots\dots$$

.....

.....

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \vec{y} = 0 \dots\dots\dots$$

.....

.....

$$\sum \vec{M}_{\text{ext},I} = \vec{0} = \vec{IG} \wedge \vec{F}_G + \vec{IJ} \wedge \vec{F}_J$$

$$= \left| \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right| \wedge \left| \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right| \wedge \left| \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right|$$

*Attention, exprimer tous les vecteurs dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$*

$$\sum \vec{M}_{\text{ext},I} \cdot \vec{z} = 0 \dots\dots\dots$$

.....

**24 /** Déterminer l'effort  $\vec{F}_J$  puis  $\varphi$  et enfin  $\vec{F}_I$ . (Indication :  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$ )

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## IV. Dimensionnement des structures